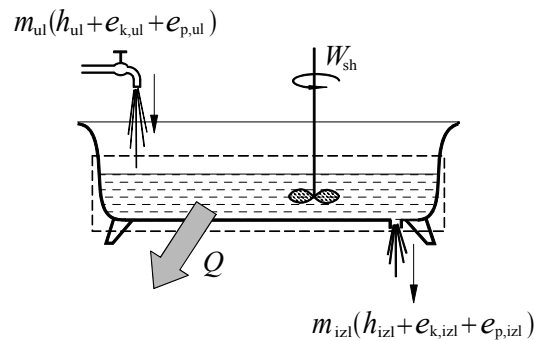


# 1. PRVI PRINCIP TERMODINAMIKE ZA KONTROLNU ZAPREMINU - PROTOČNI TERMODINAMIČKI SISTEM

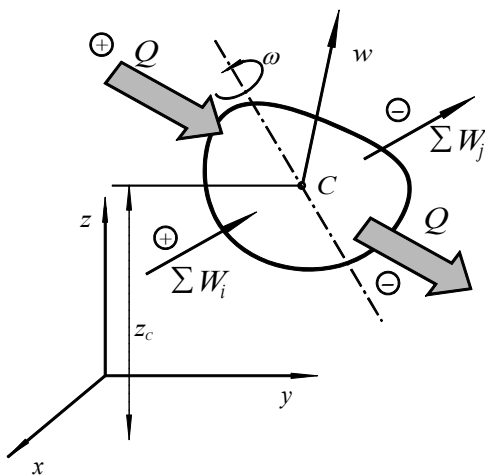
## 1.1 Načini razmene energije protočnog termodinamičkog sistema (kontrolne zapremine) sa njegovom okolinom

1. Prenosjenjem količine toplote  $Q$  [J];
2. Vršjenjem radova  $W_V$ ,  $W_{sh}$ ,  $W_{el}$  [J];
3. Razmenom supstancije sa okolinom – obično uticanjem fluida u, odnosno isticanjem fluida iz kontrolne zapremine - protočnog termodinamičkog sistema



## 1.2 Prvi princip termodinamike za protočni termodinamički sistem (kontrolnu zapreminu)

### 1.2.1. Uvod



- Za zatvoren termodinamički sistem

$$\delta Q + \sum \delta W_i = dE_k + dE_p + dU + \dots$$

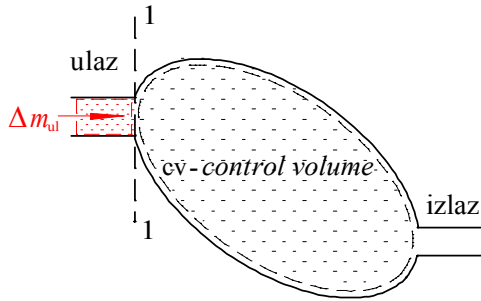
$$\sum \delta W_i = \delta W_{sh} + \delta W_V + \delta W_{el} + \dots$$

- Za „prost“ zatvoren termodinamički sistem

$$\delta Q + \delta W_V = dU$$

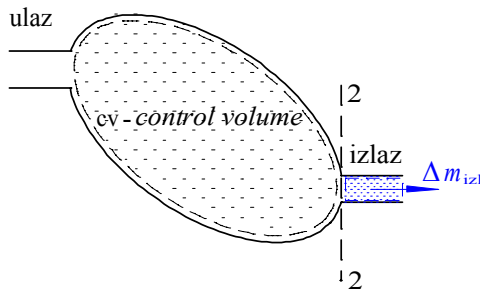
### 1.2.2. Prvi princip termodinamike za protočni termodinamički sistem (jedan ulaz, jedan izlaz)

#### • Bilans mase



— u trenutku  $t$

$$m(t) = m_{cv}(t) + \Delta m_{ul}$$



— a u trenutku  $t + \Delta t$

$$m(t + \Delta t) = m_{cv}(t + \Delta t) + \Delta m_{izl}$$

— Razmatrana masa supstancije  $m$  je stalna (iste „čestice“), ali ona u različitim vremenskim trenucima zauzima različite delove prostora

- opšte  $\Delta m_{ul} \neq \Delta m_{izl}$
- izjednačavanjem mase u  $t$  i  $t + \Delta t$

$$m_{cv}(t) + \Delta m_{ul} = m_{cv}(t + \Delta t) + \Delta m_{izl}$$

ili

$$\frac{m_{cv}(t + \Delta t) - m_{cv}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta m_{ul}}{\Delta t} - \frac{\Delta m_{izl}}{\Delta t}$$

- ako se potraži limes ovih izraza, kada  $\Delta t \rightarrow \infty$ , i uvedu oznake za protok mase na ulazu u sistem  $q_{m,ul}$  i protok mase na izlazu iz sistema  $q_{m,izl}$

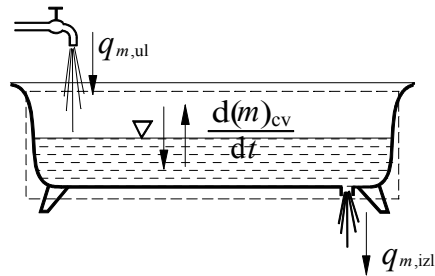
$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{m_{cv}(t + \Delta t) - m_{cv}(t)}{\Delta t} = \frac{d(m)_{cv}}{dt}$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta m_{ul}}{\Delta t} = \frac{dm_{ul}}{dt} = q_{m,ul}$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta m_{izl}}{\Delta t} = \frac{dm_{izl}}{dt} = q_{m,izl}$$

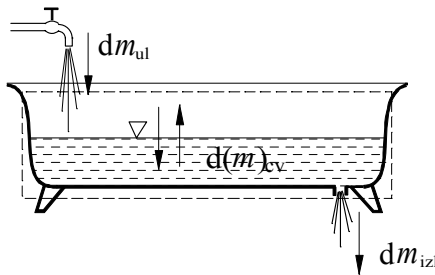
- Bilans mase za protočni termodinamički sistem sa jednim ulazom i jednim izlazom iz sistema

$$\frac{d(m)_{cv}}{dt} = q_{m,ul} - q_{m,izl} \quad \text{ili} \quad \boxed{q_{m,ul} = \frac{d(m)_{cv}}{dt} + q_{m,izl}}$$



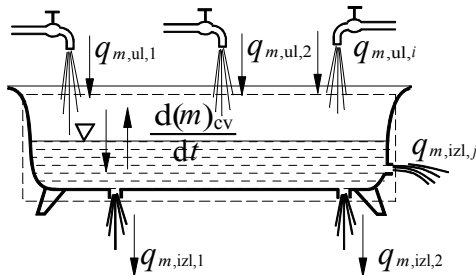
ili u diferencijalnom obliku

$$d(m)_{cv} = dm_{ul} - dm_{izl} \quad \text{ili} \quad \boxed{dm_{ul} = d(m)_{cv} + dm_{izl}}$$



- Opšte, ako postoji više ulaza i više izlaza iz termodinamičkog sistema

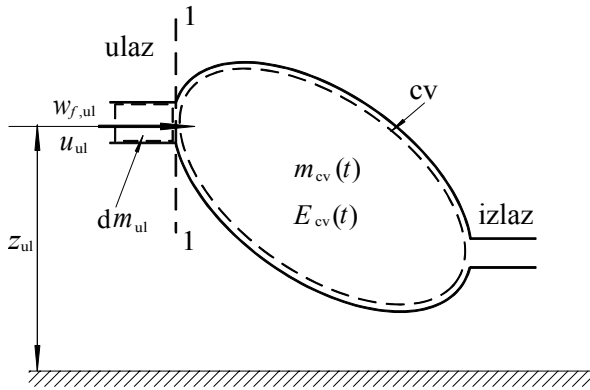
$$\boxed{\sum_i q_{m,ul,i} = \frac{d(m)_{cv}}{dt} + \sum_j q_{m,izl,j}}$$



ili u diferencijalnom obliku

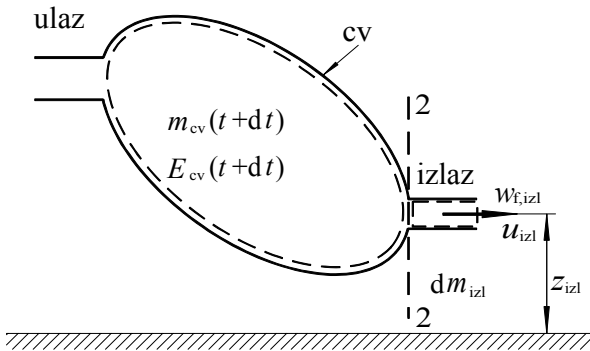
$$\boxed{\sum_i dm_{ul,i} = d(m)_{cv} + \sum_j dm_{izl,j}}$$

• Bilans energije za protočni termodinamički sistem - Prvi princip termodinamike za protočni termodinamički sistem



– u trenutku  $t$ , supstanca mase  $m$  ( $m = m_{cv}(t) + dm_{ul}$ ) poseduje energiju  $E(t)$

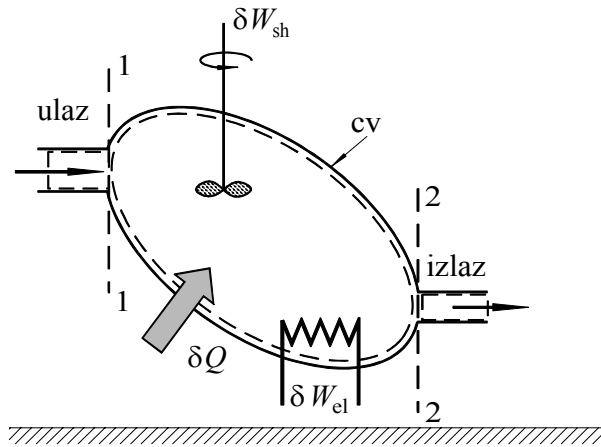
$$E(t) = E_{cv}(t) + dm_{ul} \left( u_{ul} + \frac{w_{f,ul}^2}{2} + gz_{ul} \right)$$



– u trenutku  $t + dt$ , ista supstanca iste mase  $m$  ( $m = m_{cv}(t + dt) + dm_{izl}$ ) poseduje energiju  $E(t + dt)$

$$E(t + dt) = E_{cv}(t + dt) + dm_{izl} \left( u_{izl} + \frac{w_{f,izl}^2}{2} + gz_{izl} \right)$$

– Tokom proticanja supstancije mase  $m$  kroz kontrolnu zapreminu, supstancije može biti izložena različitim energetske dejstvima, energetske dejstvom toplote i energetske dejstvom radova.



– Bilans energije za kontrolnu zapreminu od  $t$  do  $t + dt$  može da se zapiše kao

$$E(t + dt) - E(t) = \delta Q + \Sigma \delta W_i$$

ili

$$\delta Q + \Sigma \delta W_i = E_{cv}(t + dt) - E_{cv}(t) + dm_{izl} \left( u_{izl} + \frac{w_{f,izl}^2}{2} + gz_{izl} \right) - dm_{ul} \left( u_{ul} + \frac{w_{f,ul}^2}{2} + gz_{ul} \right)$$

Ako se sada označi

$$d(E)_{cv} = E_{cv}(t + dt) - E_{cv}(t)$$

i pretpostavi da se kontrolna zapremina ne kreće

$$d(E)_{cv} = d(U)_{cv} + \cancel{d(E_k)_{cv}} + \cancel{d(E_p)_{cv}}$$

dobija se diferencijalni oblik Prvog principa termodinamike za protočni termodinamički sistem

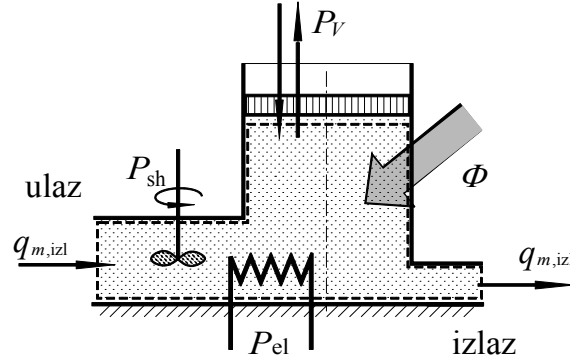
$$\delta Q + \Sigma \delta W_i = d(U)_{cv} + dm_{izl} \left( u_{izl} + \frac{w_{f,izl}^2}{2} + gz_{izl} \right) - dm_{ul} \left( u_{ul} + \frac{w_{f,ul}^2}{2} + gz_{ul} \right)$$

Ako prethodni izraz podelimo sa  $dt$ , dobija se izraz za Prvi princip termodinamike za protočni termodinamički sistem izražen preko protoka (fluksa)

$$\Phi + \Sigma P_i = \frac{d(U)_{cv}}{dt} + q_{m,izl} \left( u_{izl} + \frac{w_{f,izl}^2}{2} + gz_{izl} \right) - q_{m,ul} \left( u_{ul} + \frac{w_{f,ul}^2}{2} + gz_{ul} \right)$$

ili

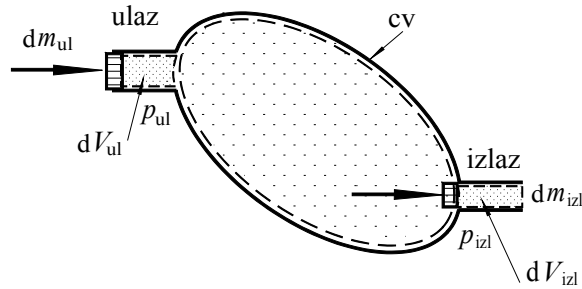
$$\Phi + \Sigma P_i + q_{m,ul} \left( u_{ul} + \frac{w_{f,ul}^2}{2} + gz_{ul} \right) = \frac{d(U)_{cv}}{dt} + q_{m,izl} \left( u_{izl} + \frac{w_{f,izl}^2}{2} + gz_{izl} \right)$$



U opštem slučaju, kada postoji više ulaza i više izlaza iz termodinamičkog sistema (<http://thermo.sdsu.edu/testcenter/>)

$$\Phi + \sum_i P_i + \sum_j q_{m,ul,j} \left( u_{ul} + \frac{w_{f,ul}^2}{2} + gz_{ul} \right)_j = \frac{d(U)_{cv}}{dt} + \sum_k q_{m,ul,k} \left( u_{izl} + \frac{w_{f,izl}^2}{2} + gz_{izl} \right)_k$$

### 1.2.3. Pojam rada strujanja $W_{\text{flow}}$



Fluid mase  $dm_{ul}$  (zapremine  $dV_{ul}$ ) potrebno je utisnuti u kontrolnu zapreminu pri pritisku  $p_{ul}$

$$\delta W_{\text{utis}} = p_{ul} dV_{ul}$$

Fluid mase  $dm_{izl}$  (zapremine  $dV_{izl}$ ) koji se nalazi u kontrolnoj zapremini istiskuje iz nje pri  $p_{izl}$

$$\delta W_{\text{ist}} = -p_{izl} dV_{izl}$$

- Rad strujanja predstavlja razliku ova dva rad (tj. njihov zbir)

$$\delta W_{\text{flow}} = \delta W_{\text{utis}} + \delta W_{\text{ist}} = p_{ul} dV_{ul} - p_{izl} dV_{izl}$$

$$\delta W_{\text{flow}} = p_{ul} v_{ul} dm_{ul} - p_{izl} v_{izl} dm_{izl}$$

- Za razliku od drugih radova, rad strujanja (utiskivanja i istiskivanja) fluida predstavlja proizvod dve veličine stanja ( $\delta w_{ul} = p_{ul} v_{ul}$ ,  $\delta w_{izl} = p_{izl} v_{izl}$ ) a ne proizvod veličine stanja i diferencijala neke druge veličine stanja ( $dw_v = -pdv$ ). Iz tog razloga postoje mišljenja da se ova kombinacija veličina stanja ne može nazvati radom, nego je treba tretirati kao energiju strujanja ili pritisnu energiju.

### 1.2.4. Pojam energije strujanja fluida ili pritisne energije fluida (drugi pristup za povezivanje člana $pv$ sa unutrašnjom energijom)

- Specifična energija fluida koji struji

$$e = u + e_k + e_p + \underbrace{pv}_{\text{energija strujanja fluida ili pritisna energija}} = h + e_k + e_p = h + \frac{w_f^2}{2} + gz$$

- Kako proizvod  $pv$  predstavlja energiju samo za fluid koji struji, a ne i za fluid koji miruje, postoje mišljenja da ga treba tretirati isključivo kao rad. Iako ova suprostavljena mišljenja još uvek nisu prevaziđena, dobro je znati da vode ka istom obliku izrazu za Prvi princip termodinamike za protočni sistem.

### 1.2.5. Pojam tehničkog rada ( $W_{\text{teh}}$ ) ili rada kontrolne zapremine ( $W_{\text{cv}}$ )

- Kada se od ukupnog rada koji se obavlja sa fluidom u kontrolnoj zapremini oduzme rad strijanja fluida dobija se tehnički rad ili rad kontrolne zapremine:

$$W_{\text{teh}} = W_{\text{cv}} = \Sigma W_i - W_{\text{flow}}$$

odnosno tehnička snaga:

$$P_{\text{teh}} = P_{\text{cv}} = \Sigma P_i - P_{\text{flow}}$$

- Prvi princip termodinamike za protočni termodinamički sistem – diferencijalni oblik

$$\begin{aligned} \delta Q + \delta W_{\text{teh}} + \sum_i dm_{\text{ul},i} \underbrace{(u_{\text{ul}} + p_{\text{ul}} v_{\text{ul}})}_{h_{\text{ul}}} + gz_{\text{ul}} + \frac{w_{\text{f,ul}}^2}{2} &= \\ &= d(U)_{\text{cv}} + \sum_j dm_{\text{izl},j} \underbrace{(u_{\text{izl}} + p_{\text{izl}} v_{\text{izl}})}_{h_{\text{izl}}} + \frac{w_{\text{f,izl}}^2}{2} + gz_{\text{izl}} \end{aligned}$$

$$\boxed{\delta Q + \delta W_{\text{teh}} + \sum_i dm_{\text{ul},i} (h_{\text{ul}} + gz_{\text{ul}} + \frac{w_{\text{f,ul}}^2}{2}) = d(U)_{\text{cv}} + \sum_j dm_{\text{izl},j} (h_{\text{izl}} + \frac{w_{\text{f,izl}}^2}{2} + gz_{\text{izl}})_j}$$

- konačni oblik

$$\boxed{Q_{\text{p-k}} + W_{\text{teh,p-k}} + \sum_i m_{\text{ul},i} (h_{\text{ul}} + \frac{w_{\text{f,ul}}^2}{2} + gz_{\text{ul}})_i = (U_{\text{k}} - U_{\text{p}})_{\text{cv}} + \sum_j m_{\text{izl},j} (h_{\text{izl}} + \frac{w_{\text{f,izl}}^2}{2} + gz_{\text{izl}})_j}$$

p - polazno stanje

k-krajnje stanje

- i u funkciji protoka

$$\boxed{\Phi + P_{\text{teh}} + \sum_i q_{m,\text{ul},i} (h_{\text{ul}} + \frac{w_{\text{f,ul}}^2}{2} + gz_{\text{ul}})_i = \frac{d(U)_{\text{cv}}}{dt} + \sum_j q_{m,\text{izl},j} (h_{\text{izl}} + \frac{w_{\text{f,izl}}^2}{2} + gz_{\text{izl}})_j}$$

### 1.2.6. Ustaljeni uslovi u slučaju protočnog termomehaničkog sistema

- Ukoliko su ispunjeni uslovi ustaljenosti:

$$q_{m,ul,i} = \text{idem}$$

$$q_{m,izl,j} = \text{idem}$$

$$\frac{dm_{cv}}{dt} = 0 \quad (\sum q_{m,ul,i} = \sum q_{m,izl,j})$$

kao i

$$\Phi = \text{idem}$$

$$P_V = \text{idem}, P_{sh} = \text{idem}, P_{el} = \text{idem}$$

$$h_{ul,i} = \text{idem}, \quad h_{izl,j} = \text{idem}$$

$$u_{ul,i} = \text{idem}, \quad u_{izl,j} = \text{idem}$$

$$p_{ul,i} = \text{idem}, \quad p_{izl,j} = \text{idem}$$

$$v_{ul,i} = \text{idem}, \quad v_{izl,j} = \text{idem}$$

$$w_{f,ul,i} = \text{idem}, \quad w_{f,izl,j} = \text{idem}$$

$$\frac{d(U)_{cv}}{dt} = 0$$

$$(z_{ul,i} = \text{idem}, \quad z_{izl,j} = \text{idem})$$

Prvi princip termodinamike za protočni termodinamički sistem pri navedenim uslovima (uslovima ustaljenosti) ima oblik za

$$\Phi + P_{teh} + \sum_i q_{m,ul,i} \left( h_{ul} + \frac{w_{f,ul}^2}{2} + gz_{ul} \right)_i = + \sum_j q_{m,izl,j} \left( h_{izl} + \frac{w_{f,izl}^2}{2} + gz_{izl} \right)_j$$

dok bilans masa ima oblik

$$\sum_i q_{m,ul,i} = \sum_j q_{m,izl,j}$$

### 1.2.7. “Prost” protočni termodinamički sistem

- Ukoliko su ispunjeni uslovi ustaljenosti za protočni sistem i ukoliko postoji samo jedan ulazni i jedan izlazni otvor u kontrolnu zapreminu, pri čemu je se može zanemariti promena kinetičke i potencijalne fluida pri prolasku kroz kontrolnu zapreminu,

$$e_{k,ul} \approx e_{k,izl}, \quad \Delta e_k = 0, \quad e_{p,ul} \approx e_{p,izl}, \quad \Delta e_p = 0$$

te ukoliko se sa fluidom ne može obavljati ni jedan drugi osim rada vratila:

$$P_{sh} \neq 0, P_V = 0, P_{el} = 0$$



onda se kaže da je takav protočni termodinamički sistem “prost”. Prvi princip termodinamike napisan za “prost” protočni termodinamički sistem glasi:

$$\Phi + P_{\text{teh}} = q_m(h_{\text{izl}} - h_{\text{ul}})$$

$$\Phi + P_{\text{teh}} = q_m(h_{\text{izl}} - h_{\text{ul}})$$

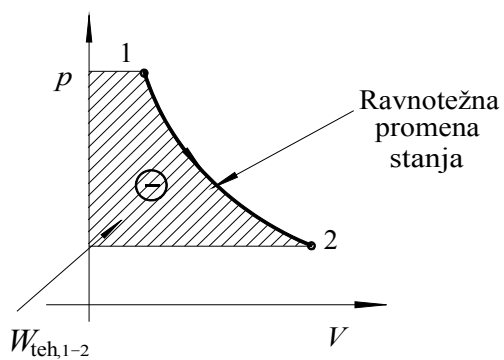
ili

$$Q_{1-2} + W_{\text{teh},1-2} = m(h_2 - h_1)$$

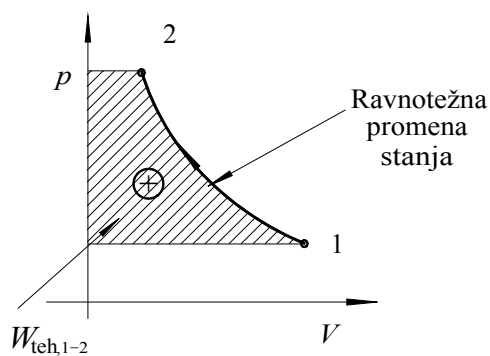
- U tom slučaju, ako se može reći da je promena stanja fluida kroz sistem ravnotežna, tehnički rad se može izračunati iz izraza:

$$W_{\text{teh},1-2} = \int_1^2 V dp$$

i predstaviti u  $p-V$  koordinatnom sistemu kao površina levo od procesa.



Širenje – ekspanzija,  $dV > 0$



Sabijanje – kompresija,  $dV < 0$